

« بعد قاتی »

« جواب سوالات میان ترم درس ریاضی عمومی ۱ »

« نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۳-۹۴ »

(الف) روش اول - در ابتدا شکل قطبی صورت و معخرج کسریست راست را بدست می آوریم: (۱ نمره)

$$\begin{cases} 1-i = \sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i} \\ 1+i\sqrt{3} = 2 e^{\frac{\pi}{3}i} \end{cases} \Rightarrow Z^4 = \frac{\sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i}}{2 e^{\frac{\pi}{3}i}} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{7\pi}{12}i}$$

بنابراین داریم: $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\theta = -\frac{7\pi}{12}$ (۱٫۲۵ نمره)

حال ریشه های چهارم این عدد مختلط را محاسبه می کنیم:

$$Z_k = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{(2k\pi+\theta)}{4}i} \quad , \quad k=0,1,2,3 \quad (۱٫۲۵ نمره)$$

روش دوم - در ابتدا با ضرب صورت و معخرج کسریست راست در مزدوج معخرج ، این کسر را به یک عدد مختلط تبدیل

می کنیم:

$$Z^4 = \frac{1-i}{1+i\sqrt{3}} \times \frac{1-i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right) - i\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right) \quad (۱٫۲۵ نمره)$$

حال داریم:

$$r = \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-(1+\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}}\right) \quad (۱ نمره)$$

لذا خواهیم داشت:

$$Z_k = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{(2k\pi+\theta)}{4}i} \quad , \quad k=0,1,2,3 \quad (۱٫۲۵ نمره)$$

(ب) در ابتدا معادله ی داده شده را ساده می کنیم:

$$\left|\frac{Z-1}{Z+2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow 2|Z-1| = |Z+2| \quad (۰٫۵ نمره)$$

حال در معادله ی فوق ، قرار می دهیم $Z = x + iy$. در این صورت خواهیم داشت:

$$2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}$$